Die Deligne-Mumford-Kompaktifizierung von Hilbert-Moduldreifaltigkeiten als toroidale Kompaktifizierung

Patrick Bloß

11. Januar 2017

Zusammenfassung

Für Hilbert-Modulfächen gibt Hirzebruch eine kanonische Auflösung der Spitzensingularitäten an. Im Falle höherdimensionaler Hilbert Modulvarietäten lässt sich diese Konstruktion nicht in kanonischer Weise durchführen. Stattdessen kann man den Abschluss des Lokus $\mathcal{RM}_{\mathcal{O}}$ solcher Riemannschen Flächen in der Deligne-Mumford-Kompaktifizierung von $\mathcal{M}_g$ betrachten, deren Jakobische reelle Multiplikation durch eine Ordnung $\mathcal{O}$ in einem totalreellen Zahlkörper F vom Grad g haben. Für $g = 3$ werden nach Bainbridge und Möller Randstrata von $\mathcal{RM}_{\mathcal{O}}$ durch Konfigurationen von Elementen in F parametrisiert, deren Einbettungen in die reellen Zahlen eine starke geometrische Bedingung erfüllen. Der Abschluss von $\mathcal{RM}_{\mathcal{O}}$ in $\mathcal{M}_g$ lässt sich so algorithmisch bestimmen. Wir möchten untersuchen unter welchen Umständen dieser Abschluss eine toroidale Kompaktifizierung darstellt.